



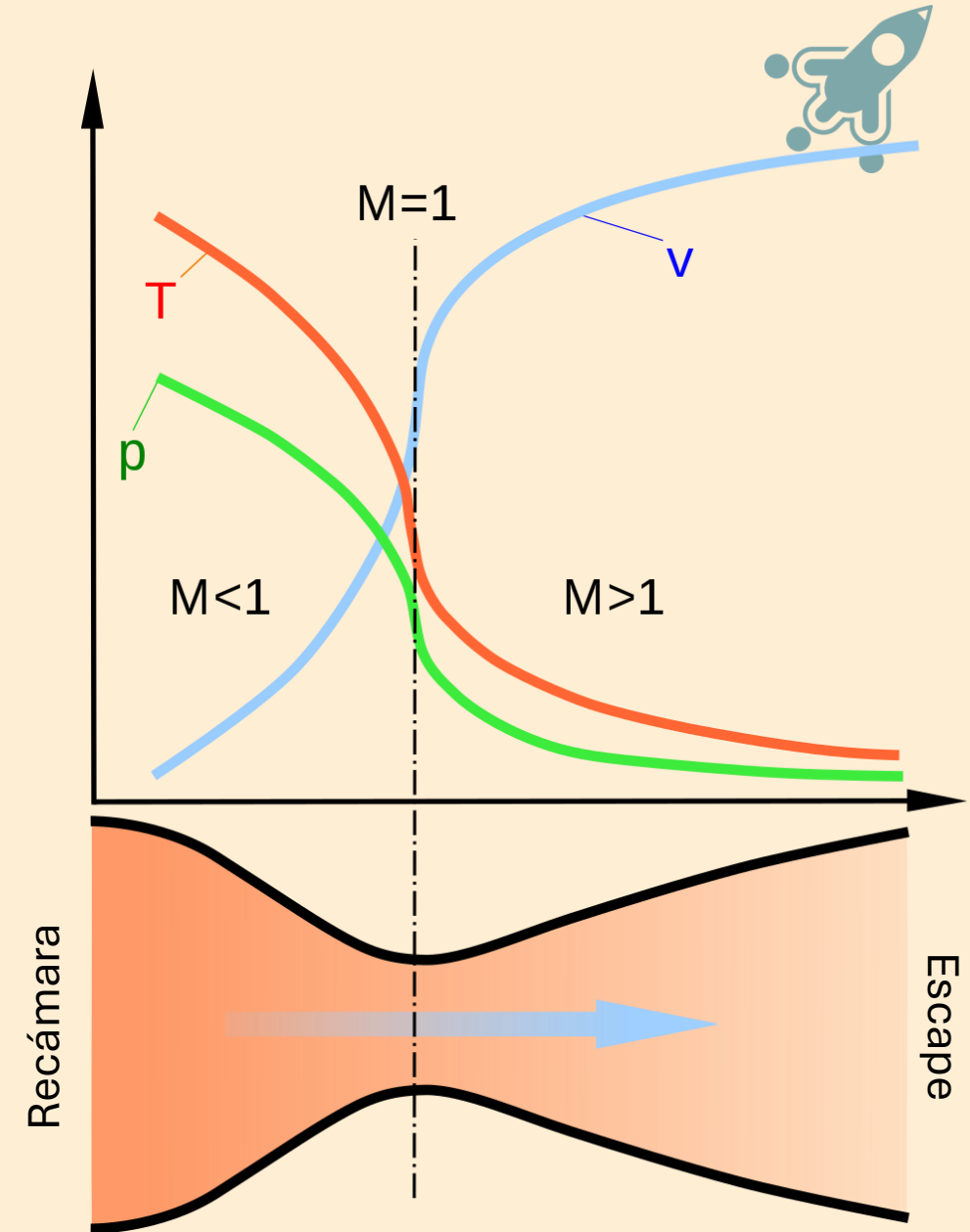
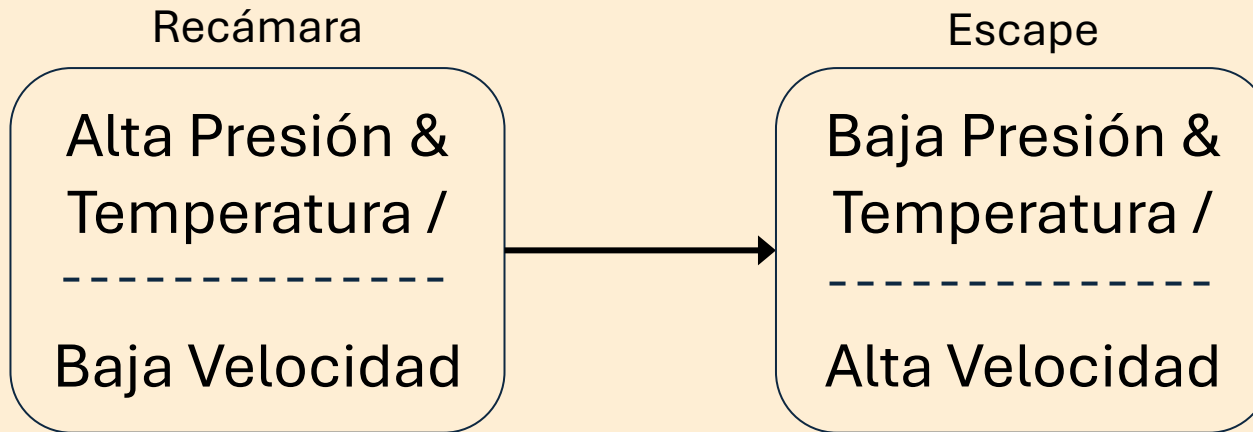
Clase 3: Diseño de Motores

Ing. Esteban Jiménez Sánchez

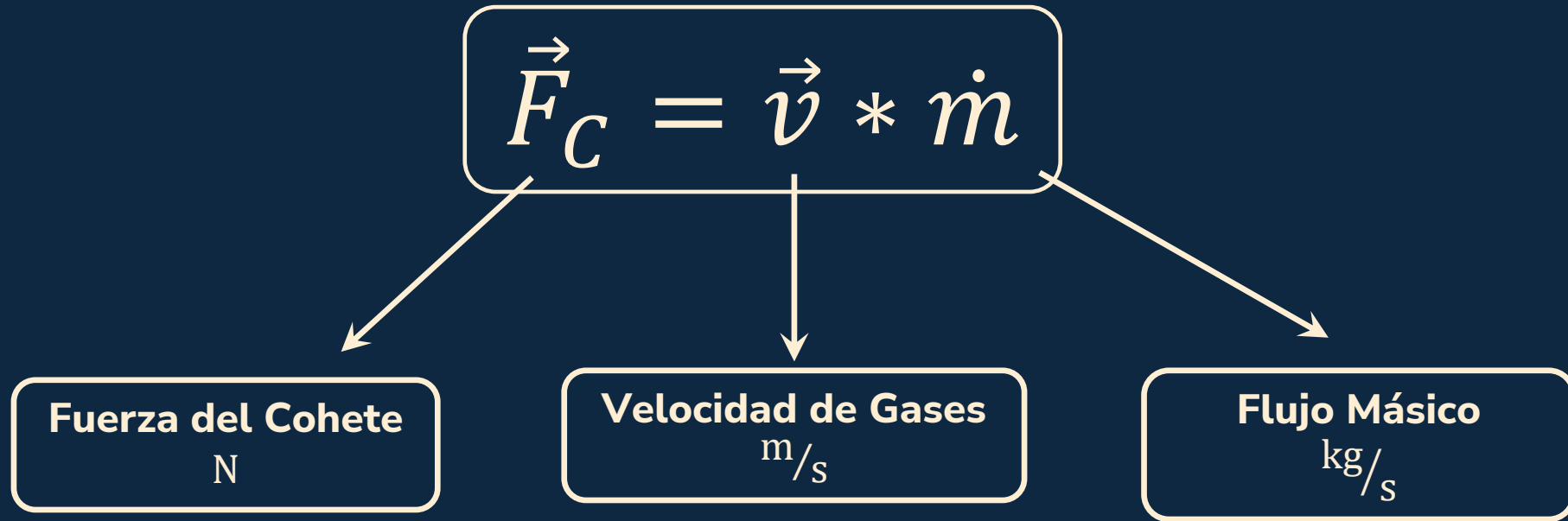


ACC
ASOCIACIÓN COSTARRICENSE DE COHETERÍA

Comportamiento del motor



Fuerza del Cohete



➤ Maximizar Velocidad y Flujo Másico

Control de Variables



Velocidad de los Gases
[$\vec{v}$]



Control de expansión de los gases modificando la forma de las paredes de la tobera y la selección de propelentes

(Expansión Isoentrópica)

Flujo Másico
[$\dot{m}$]



Control del flujo de gases controlando el crecimiento del “frente de llama”

Idealizaciones del Cohete Ideal



1. Los propelentes y gases de combustión se consideran homogéneos.
2. Todas las especies químicas del fluido son gaseosas. Las fases condensadas son despreciables.
3. El fluido obedece la Ley del Gas Ideal.
4. No se da transferencia de calor a través de las paredes del motor, por tanto se obtiene un flujo adiabático.
5. No existe fricción apreciable, por tanto efectos de frontera son despreciables.
6. No existen ondas de choque ni otras discontinuidades en el flujo de la tobera

Idealizaciones del Cohete Ideal



7. El flujo del propelente es estable y constante. Los periodos transitorios de arranque y finalizado son muy pequeños y despreciables.
8. Todos los gases de escape tienen la misma dirección que el eje axial del cohete.
9. La velocidad, presión, temperatura, y densidad del gas son uniformes en cualquier plano normal al eje del motor.
10. Se alcanza el equilibrio químico dentro de la recámara de combustión, y la composición de los gases no cambia dentro de la tobera.
11. Propelentes almacenados se encuentran a presión ambiente, propelentes criogénicos se encuentran en sus temperaturas de ebullición.

Repaso de Conceptos



Peso Específico (N/m³)



Peso por unidad de Volumen de un material

$$\gamma = \frac{W}{V} = \rho * g_0$$

W: Peso (N)

V: Volumen (m³)

ρ : Densidad (kg/m³)

g_0 : gravedad estándar

Caudal Volumétrico (m^3/s)



$$Q = \frac{V}{t}$$

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho}$$

Q: Caudal (m^3/s)
V: Volumen (m^3)
t: Tiempo

Volumen Específico (m^3/kg)



Es el volumen por unidad de masa.

$$V_{SP} = \frac{V}{m}$$

$$V_{SP} = \frac{1}{\rho}$$

Leyes de Gases



Ley de Boyle

(T & n: cte)

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Ley de Charles

(P & n: cte)

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Ley de Gay-Lussac

(V & n: cte)

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Ley de Avogadro

(P & T: cte)

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2}$$

Ley del Gas Ideal



Descripción matemática del comportamiento de un gas idealizado.

$$PV = nRT$$

$$PV = mR_gT$$

P: Presión (Pa)
V: Volumen (m³)
n: cantidad de moles (mol)
R: Const. de gas ideal
R_g: Const. Específica
m: Masa (kg)
T: Temperatura (K)

Const. Gas Ideal

$$R = 8.314 \frac{J}{K * mol}$$

$$R = 1545.348 \frac{ft * lbf}{^{\circ}R * lb - mol}$$

Const. de Gas Específico

$$R_g = \frac{R}{M} \quad \left(\frac{J}{K * kg} \right)$$

M: Masa Molar (kg/mol)



Calor Específico



Cantidad de energía requerida para elevar un grado la temperatura de un material, independiente de la cantidad de materia.

Generalmente se miden dos valores, para las siguientes condiciones:

- Presión Constante (c_p)
- Volumen Constante (c_v)

Razón de Calores Específicos (k / γ)



$$k = \gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$R_g = c_p - c_v$$

Velocidad del Sonido



Velocidad máxima de una onda mecánica (Sonido) a través de un medio.

Para un medio gaseoso. Esta velocidad es dependiente de las propiedades del gas y de su temperatura.

$$a_n = \sqrt{R_g * k * T_n}$$

Número Mach (M)



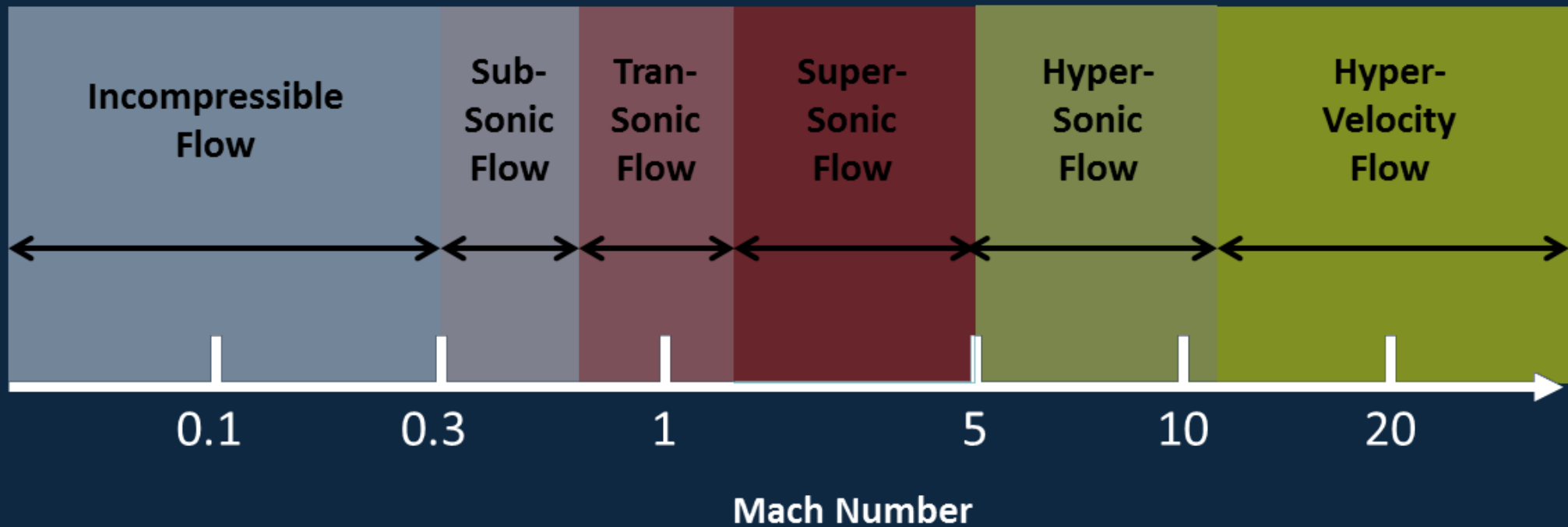
Expresión de velocidad de un fluido en términos de la velocidad del sonido local.

$$M_n = \frac{v_n}{a_n}$$

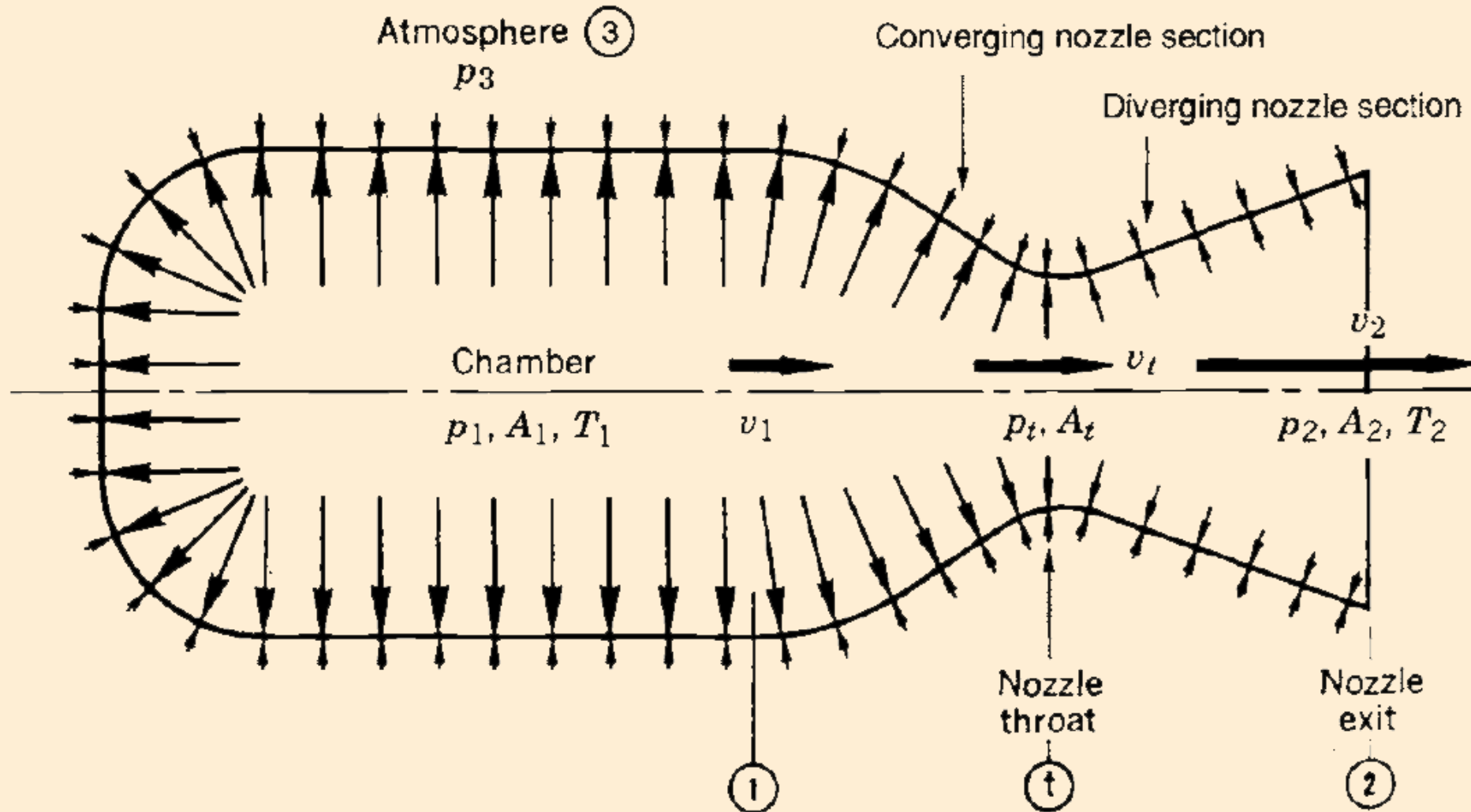
REGÍMENES DE VELOCIDADES



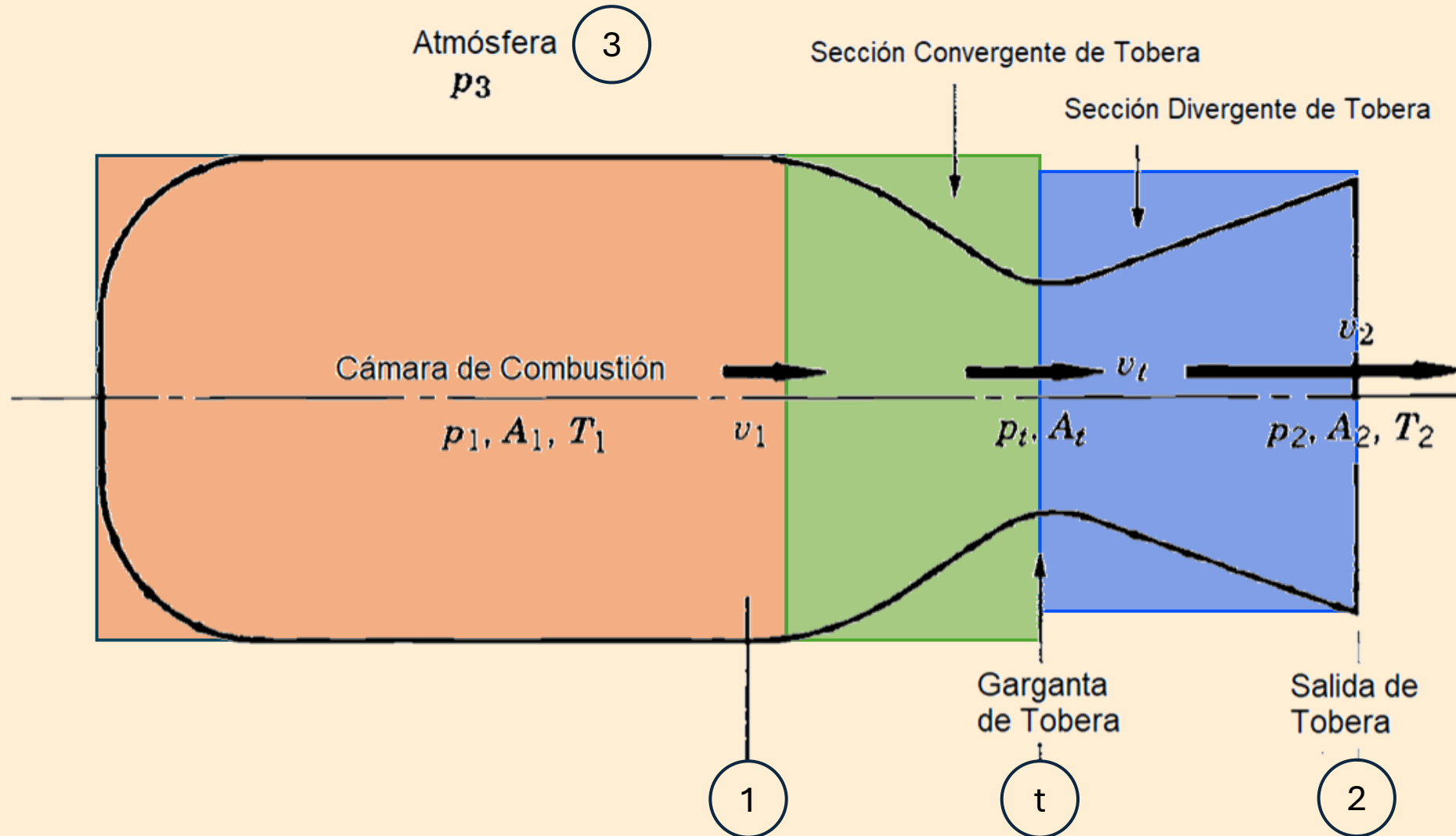
Mach Number Flow Regimes



Secciones del Motor



Secciones del Motor



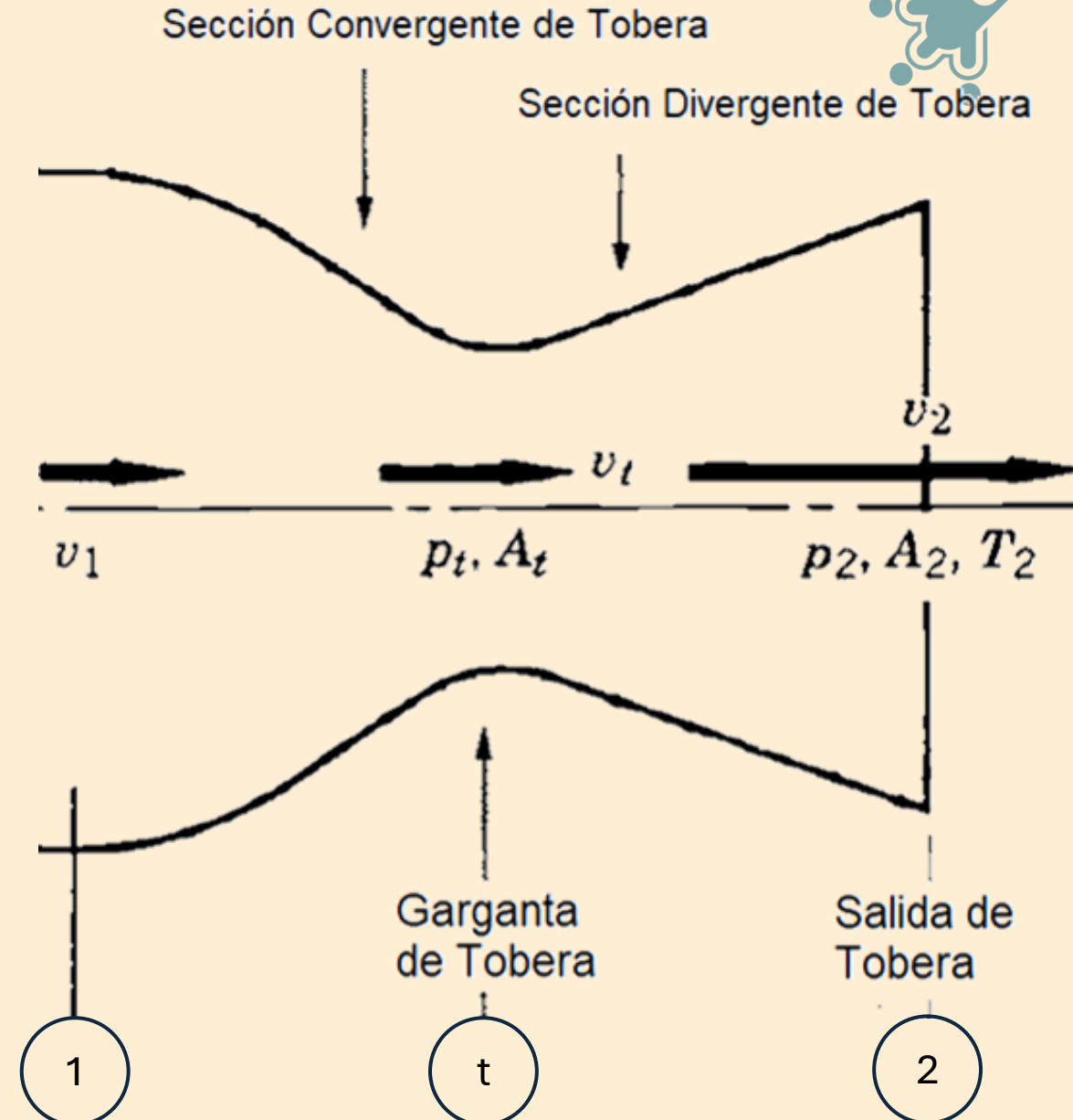


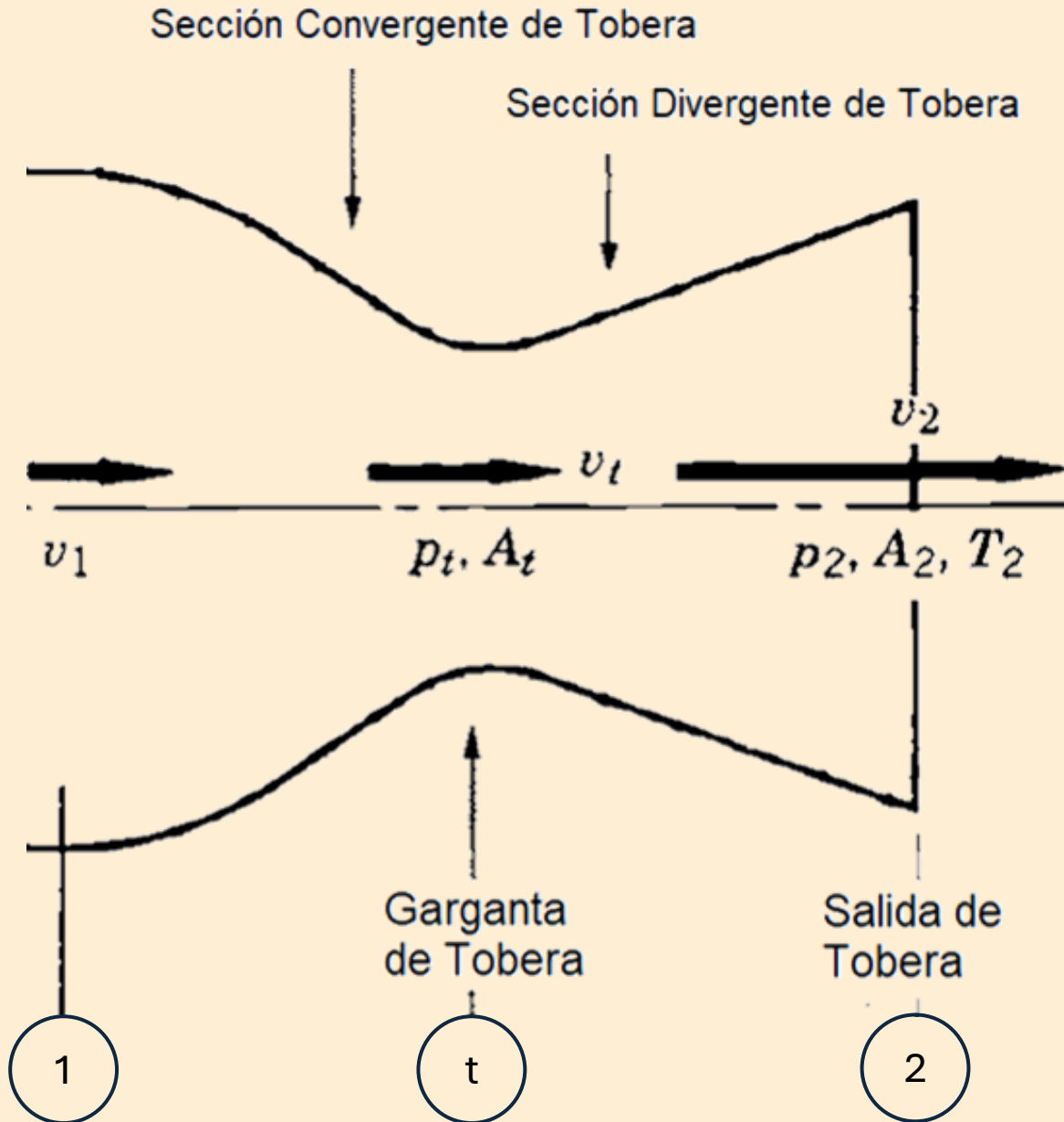
Toberas

Leyes de Conservación



Masa	$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \cdot dV_{sp} + \iint_A \rho \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A} = 0$
Momento	$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \cdot \vec{v} \cdot dV_{sp} + \iint (\rho \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A}) \cdot \vec{v} \\ = \iiint \rho \cdot \vec{F} \cdot dV_{sp} - \iint P \cdot d\vec{A} \end{aligned}$
Energía	$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \cdot \left(e + \frac{v^2}{2} \right) dV_{sp} + \iint \rho \cdot \left(e + \frac{v^2}{2} \right) \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A} \\ = \iiint \dot{q} \cdot \rho \cdot dV_{sp} - \iint P \cdot \vec{v} \cdot d\vec{A} \\ + \iiint \rho \cdot (\vec{F} \cdot \vec{v}) \cdot dV_{sp} \end{aligned}$





Leyes de Conservación

Masa	$\rho_1 * A_1 * v_1 = \rho_2 * A_2 * v_2$
Momento	$P_1 + \rho_1 \cdot u_1^2 = P_2 + \rho_2 \cdot u_2^2$
Energía	$q + h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2}$



Principio de Bernoulli



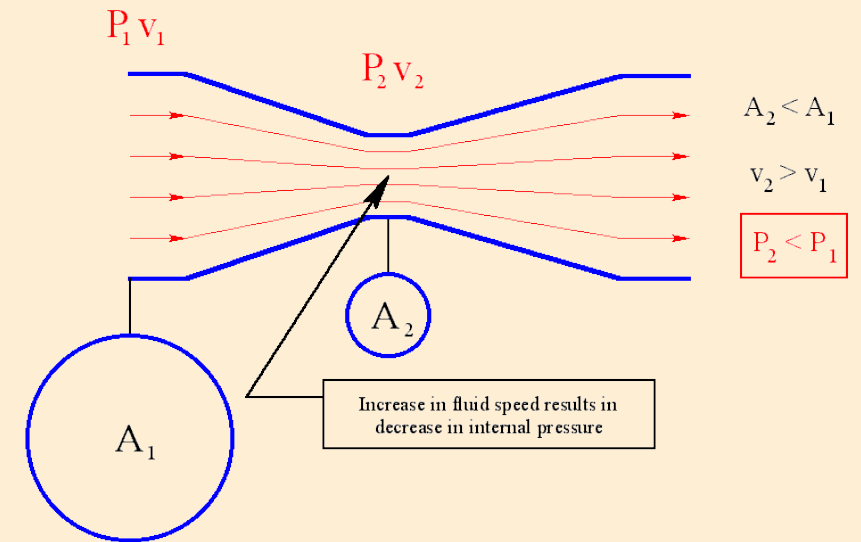
$$v = \frac{Q}{A}$$

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$

Energía Potencial

Energía Cinética

Energía Presión
Estática



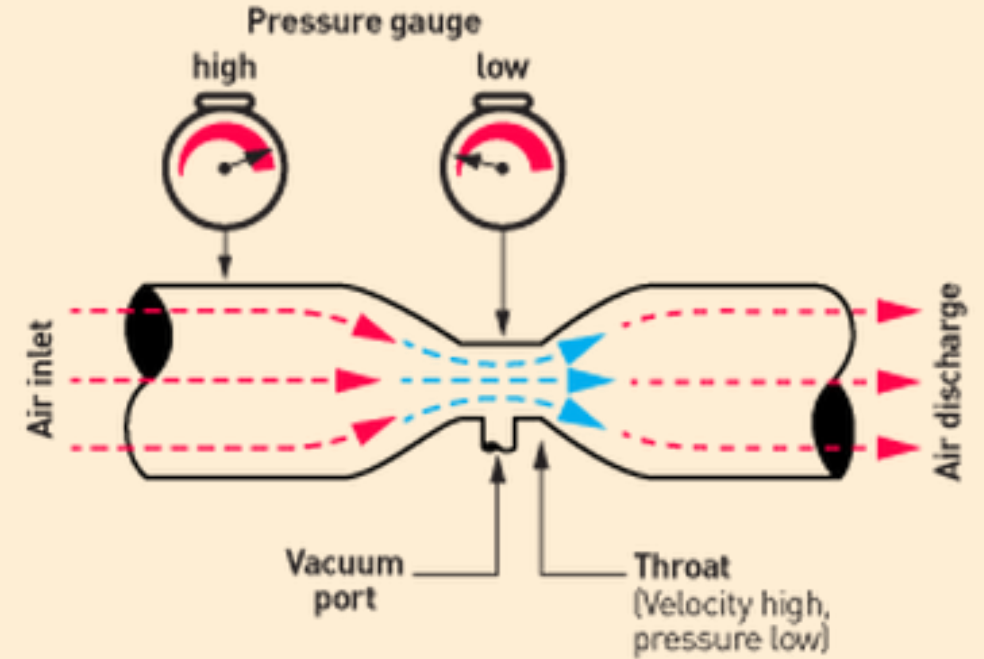
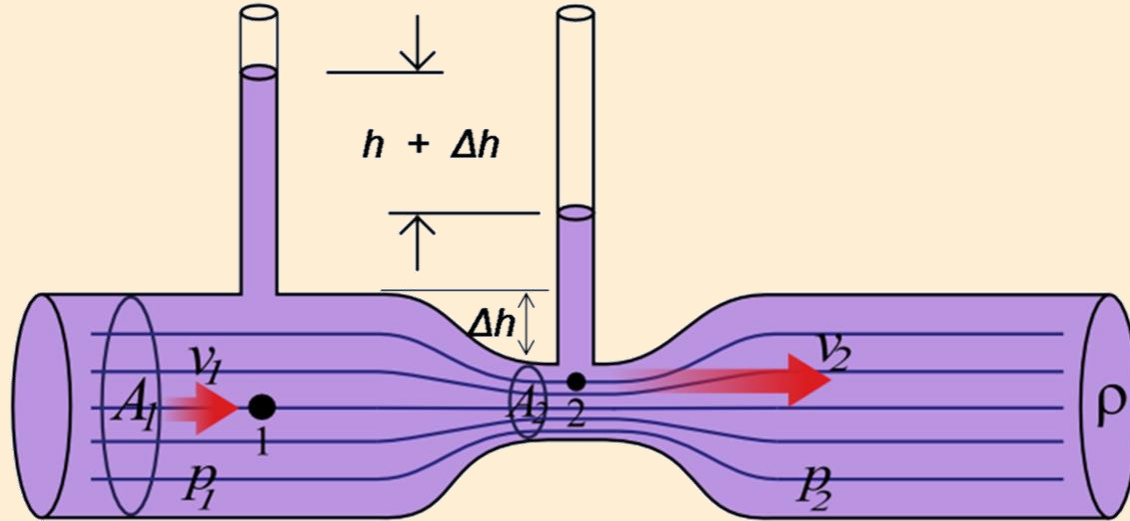
* Asumiendo densidad constante

Bernoulli Compressible

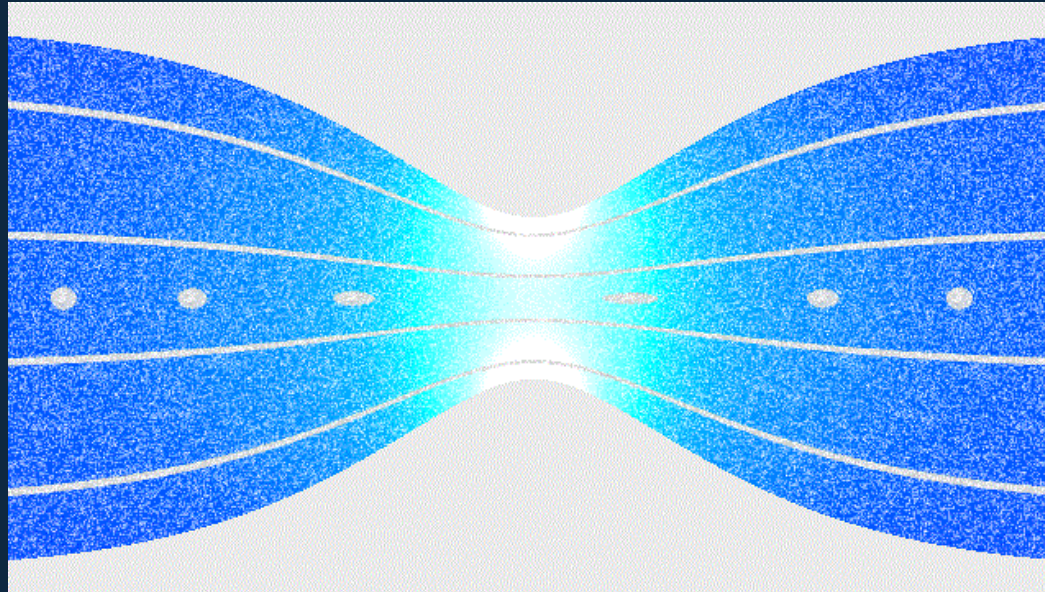


$$\left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} + gz_1 = \left(\frac{k}{k-1}\right)\frac{P_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} + gz_2$$

Efecto Venturi

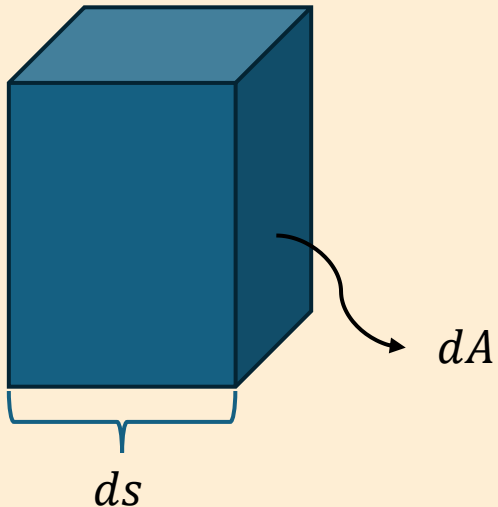
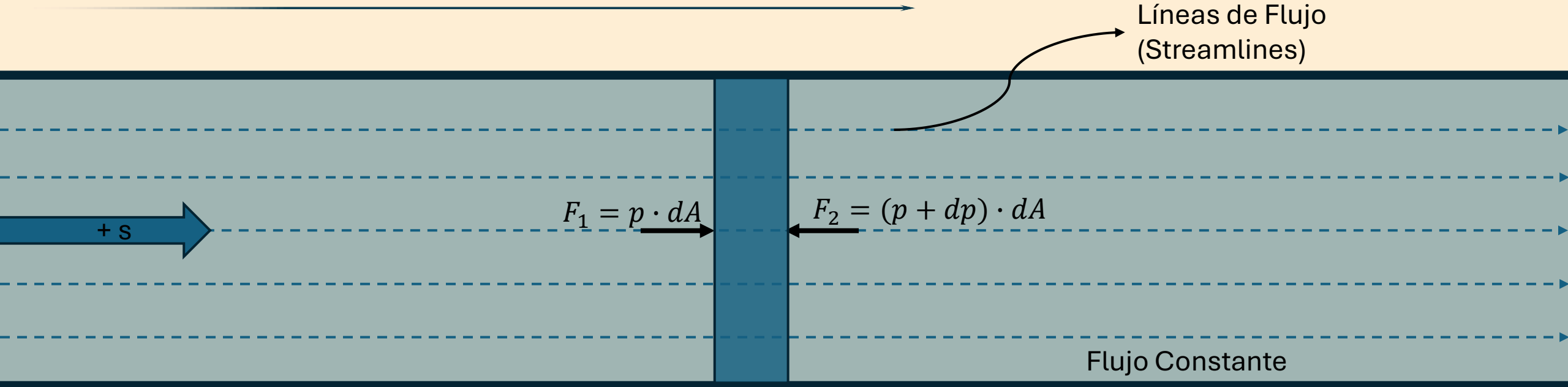


Efecto Venturi – Flujo Subsónico



Problema: Flujo no retiene la velocidad

Comportamiento del Flujo



$$\sum F = m * a = m * \frac{dv}{dt}$$

$$m * \frac{dv}{dt} = p \cdot dA - (p + dp)dA$$

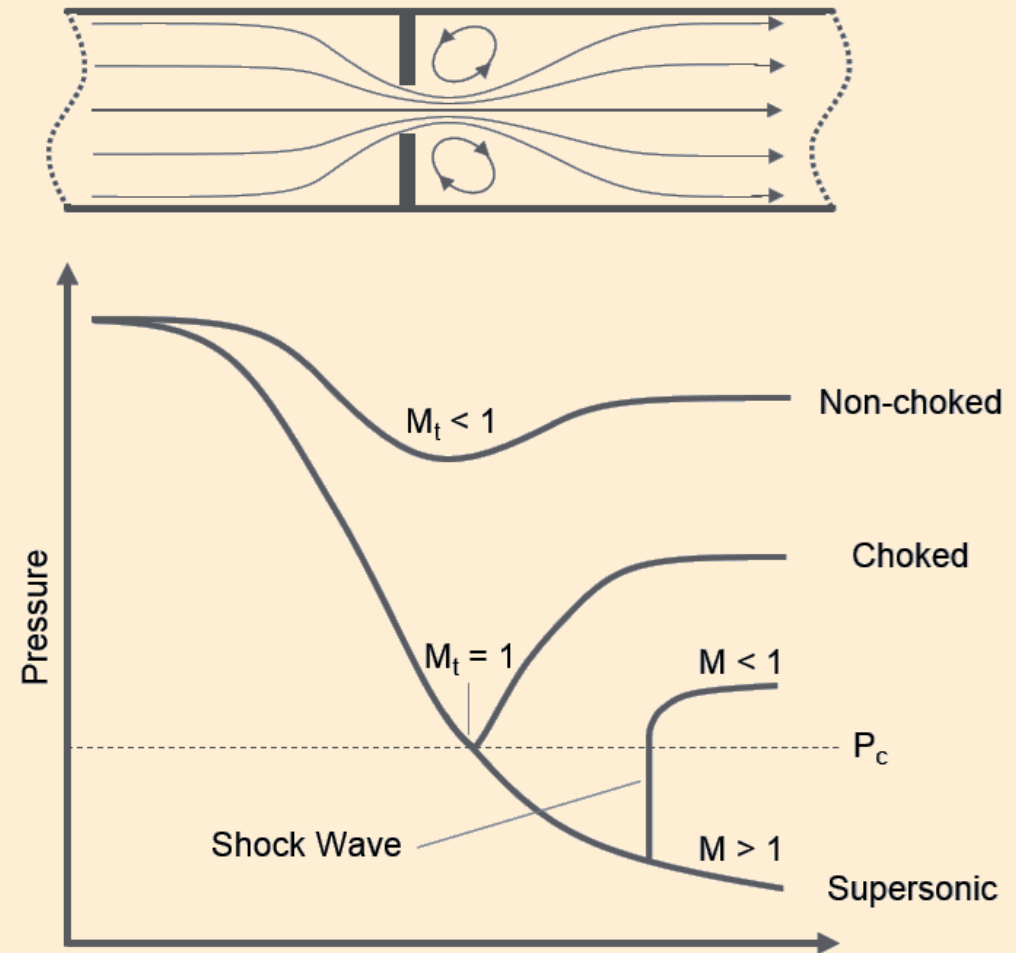
$$(1 - M^2) \frac{dv}{v} = \frac{dA}{A}$$

Flujo Estrangulado



Es el punto de inflexión en donde flujo tiene un número Mach $M=1$

Para lograr que el flujo se siga acelerando, se debe de disminuir la presión del flujo por debajo de la Presión Crítica (P^* o P_C)



Presión Crítica



- El estado de estrangulación de un flujo se da basándose cuando se alcanza una presión crítica.
- Una vez la presión del flujo cae por debajo de la presión crítica para un flujo, se tiene en dicho fluido un flujo estrangulado

$$P^* = P_1 * \left(\frac{2}{k + 1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Condiciones



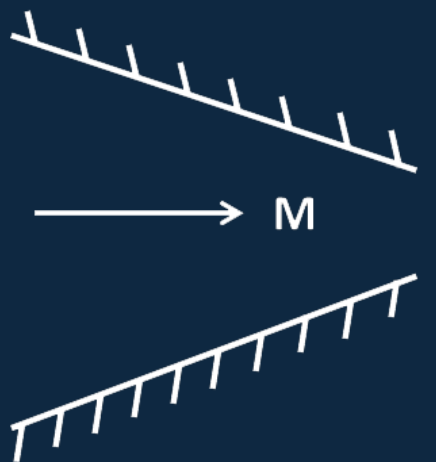
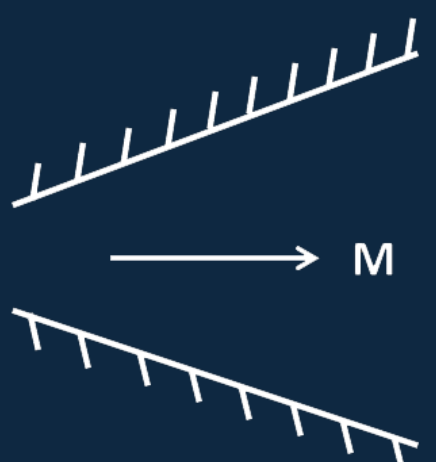
Si la razón de presiones es inferior a la razón mínima requerida, el flujo no alcanzará la condición de estrangulación.

$$\left(\frac{P^*}{P_C}\right)_{min} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

P_C = Presión de Recámara

Gas	$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$	Min. P_u/P_d for choked flow
Dry air	1.400 at 20 °C	1.893
Nitrogen	1.404 at 15 °C	1.895
Oxygen	1.400 at 20 °C	1.893
Helium	1.660 at 20 °C	2.049
Hydrogen	1.410 at 20 °C	1.899
Methane	1.307	1.837
Propane	1.131	1.729
Butane	1.096	1.708
Ammonia	1.310 at 15 °C	1.838
Chlorine	1.355	1.866
Sulfur dioxide	1.290 at 15 °C	1.826
Carbon monoxide	1.404	1.895
Carbon dioxide	1.30	1.83



	Subsonic $M < 1$	Supersonic $M > 1$
Converging Duct 	As P decreases, then v increases Subsonic nozzle	As P increases, then v decreases Supersonic diffuser
Diverging Duct 	As P increases, then v decreases Subsonic diffuser	As P decreases, then v increases Supersonic nozzle

Enfoque de diseño



Presión

1. Definir presión promedio del motor.
2. Calcular los valores termodinámicos para los tres puntos de la tobera.
3. Calcular áreas de tobera.
4. Verificar valores de resistencia y rendimiento.

Tobera

1. Definir tamaño de tobera (diámetros de garganta y escape)
2. Simular comportamiento de motor.
3. Verificar valores de resistencia y rendimiento.

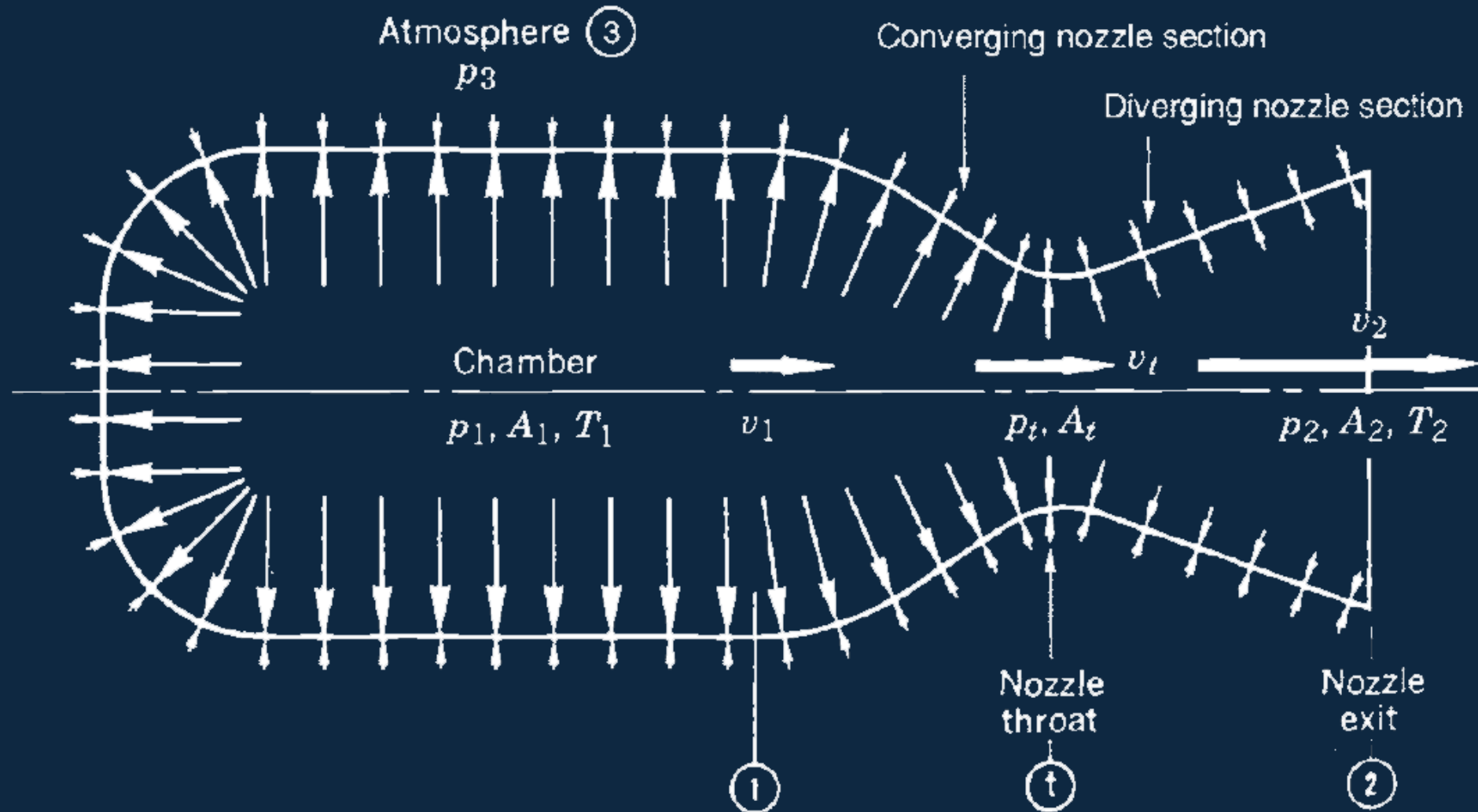
Procesos Isentrópicos



Procesos físicos en donde la entropía del Sistema se mantiene constante.

$$\frac{T_x}{T_y} = \left(\frac{P_x}{P_y} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{V_y}{V_x} \right)^{k-1}$$

Procesos Isentrópicos



Volúmenes Específicos (m³/kg)



Recámara

$$V_1 = \frac{T_1 * R_g}{P_1}$$

Garganta

$$V_t = V_1 * \left(\frac{k + 1}{2} \right)^{\left(\frac{1}{k-1} \right)}$$

Escape

$$V_2 = V_1 * \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\left(\frac{1}{k} \right)}$$

Presiones (Pa)



Garganta

$$P_t = P_1 * \left(\frac{V_1}{V_t} \right)^k$$

Escape

$$P_2 = P_{atm}$$

Temperaturas (K)



Garganta

$$T_t = T_1 * \left(\frac{V_1}{V_t} \right)^{(k-1)}$$

Escape

$$T_2 = T_1 * \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\left(\frac{k-1}{k} \right)}$$

Velocidades (m/s)



Garganta
(3-23)

$$\vec{v}_t = \sqrt{\frac{2 * k}{k + 1} * R_g * T_1}$$

Escape
(3-16)

$$\vec{v}_2 = \sqrt{\frac{2 * k}{k - 1} * R_g * T_1 * \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\left(\frac{k-1}{k} \right)} \right)}$$

Áreas (m²)



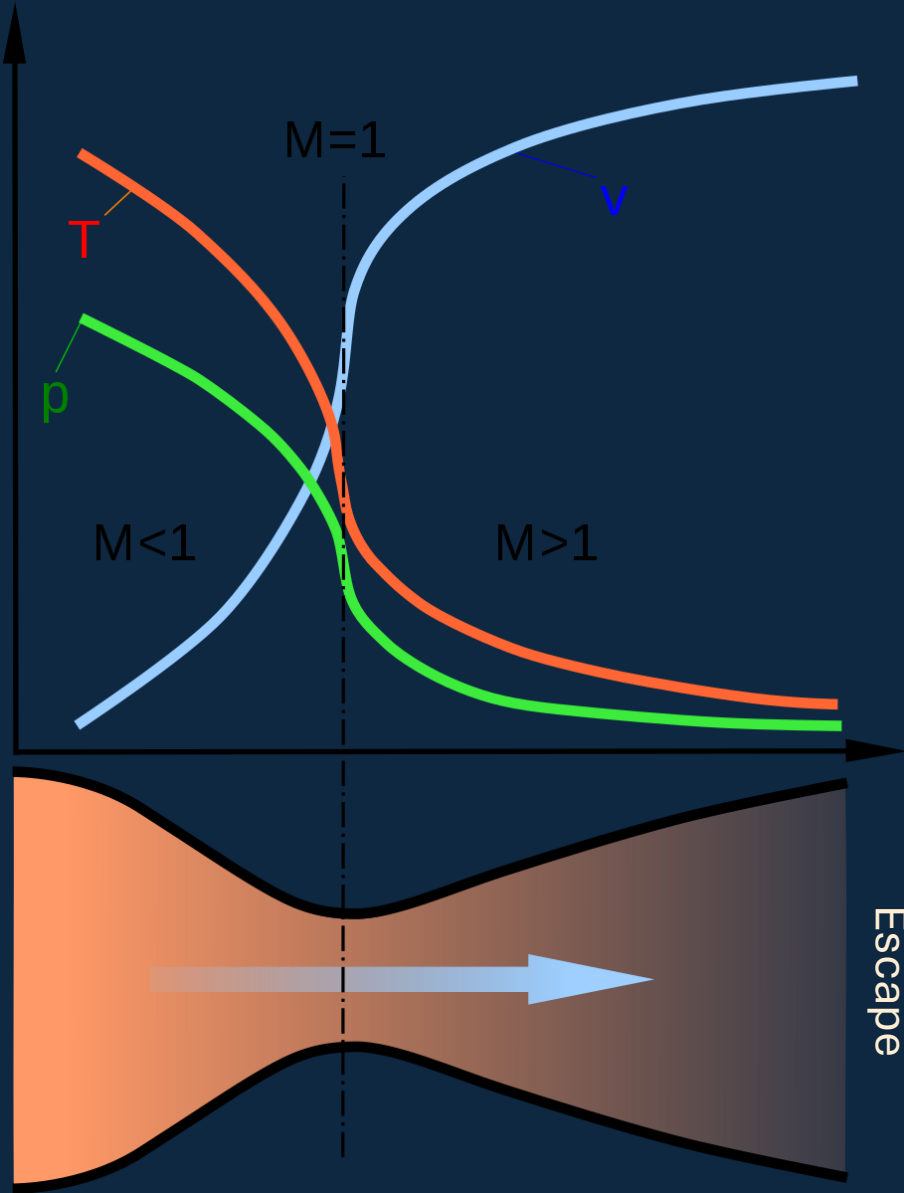
Garganta

$$A_t = \dot{m} * \frac{V_t}{\vec{v}_t}$$

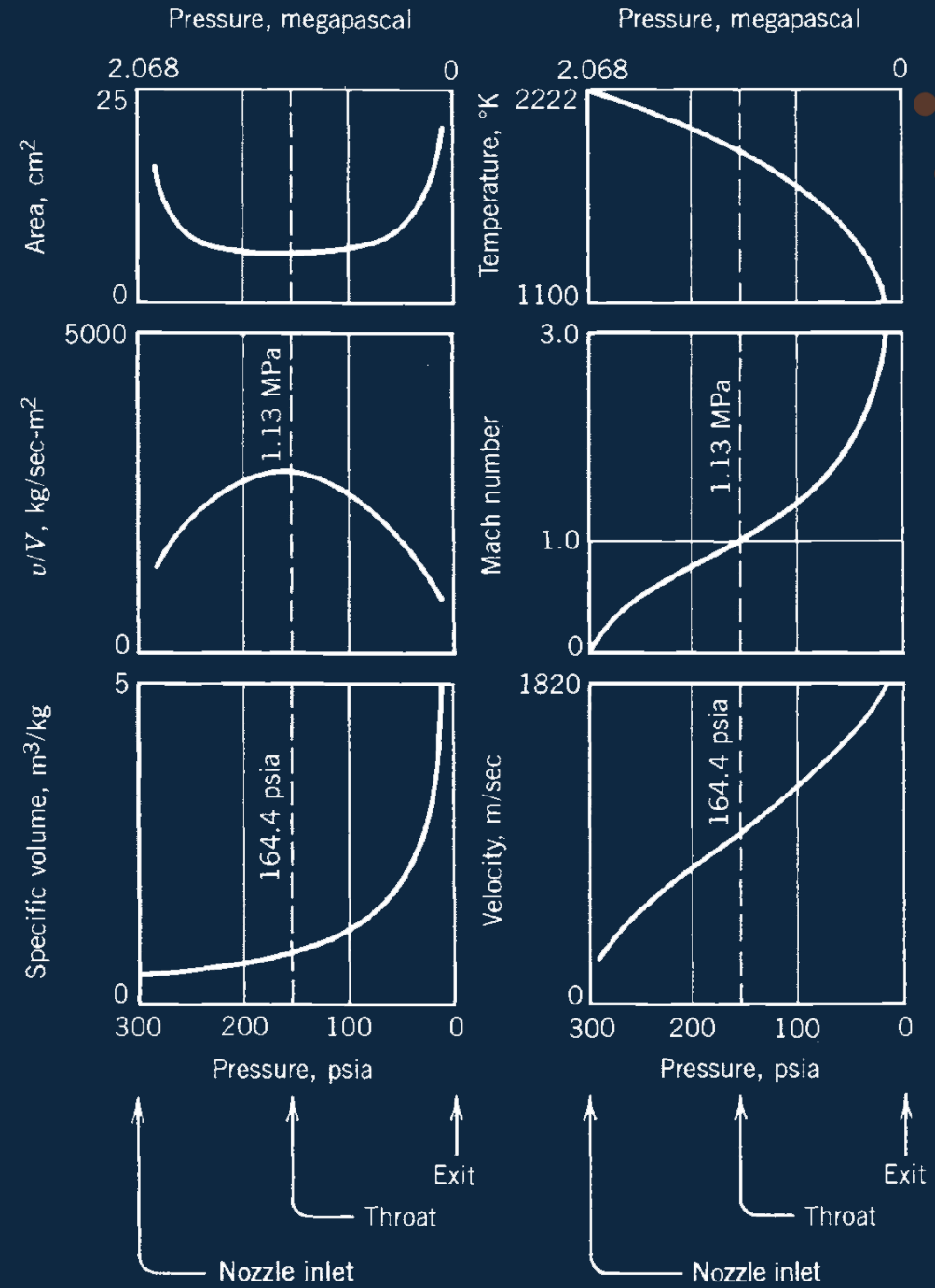
Escape

$$A_2 = \dot{m} * \frac{V_2}{\vec{v}_2}$$

Recámara



Escape





Isentropic Flow Mach Number Relationships:	
Stagnation to Static Temperature	$\frac{T_t}{T} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)$
Stagnation to Static Pressure	$\frac{P_t}{P} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$
Mass Flow Rate	$\dot{m} = \frac{P_t}{\sqrt{RT_t}} A \sqrt{\gamma} M \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma + 1}{2 - 2\gamma}}$
Stagnation to Static Density	$\frac{\rho_t}{\rho} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}}$
Arbitrary Area to Choked Area in Duct	$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left(\frac{\frac{\gamma + 1}{2}}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2 - 2\gamma}}$

Flujo Másico Real



$$\dot{m} = \frac{A_t v_t}{V_t}$$

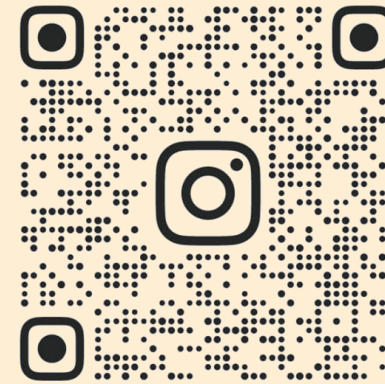
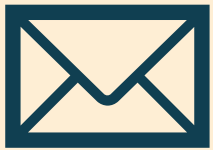
$$\dot{m} = A_t * P_1 * k * \frac{\sqrt{\left[\frac{2}{(k+1)} \right]^{(k+1)/(k-1)}}}{\sqrt{k * R * T_1}}$$

Tarea



- Iniciar diseño de motor en tabla de Excel y en Open Motor o Meteor.
- Enviar grupos de proyecto
- Definir con sus equipos el proyecto que van a trabajar.
 - Tamaño de motor
 - Material
- Iniciar diseño de motor

iTrabajemos Juntos!



@COHETERIACR



@EJIMENEZS_93